Fundacional Teórico

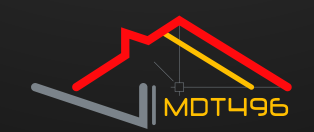
Marco Mendieta Parihuancollo

Matemática Fundamental

La base de todas las ciencias y artes

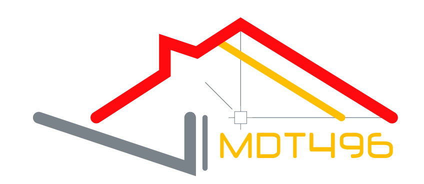
$$\pi = 12\left[\int_0^{\frac{1}{2}} \left(1-x^2\right)^{\frac{1}{2}}\, \mathrm{d}x - \tfrac{1}{4}\left(1-\tfrac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}}\right];$$

$$\begin{aligned}\pi &\approxeq \frac{84160088893637894555450705125166006497904688306972239137790174633264969408432262597166987706752813}{26788988316951583595665453753358155501463785136713482657799439339521988677114098338033547274616832}\\ &\approxeq 3.141592653589793238462643383279502286255 \qquad \text{(Aproximación racional de } \pi \text{ con presición variable).}\end{aligned}$$



MDT496™ ESTUDIOS

Research and Development



MDT496 ESTUDIOS
DEPARTAMENTO DE OBRAS LITERARIAS
FUNDACIONAL TEÓRICO PARA CIENCIAS E INGENIERÍA
Matemática — Física — Mecánica — Informática — Estructuras

Matemática Fundamental

La base de todas las ciencias y artes

Marco Mendieta Parihuancollo

Oruro, Bolivia
2025

- archive.org/details/@mdt496
- github.com/mdt496
- youtube.com/mdt496
- linkedin.com/in/mdt496

Matemática Fundamental, La base de todas las ciencias y artes
Marco Mendieta Parihuancollo
Versión: `036MPBBAA047` (2025-04-14)
Paquete: Fundacional Teórico
Categoría: Matemáticas, Programación

Dedicatoria

Este trabajo, producto de un gran esfuerzo,
va dedicada a las personas más importantes en mi vida:
mi madre ***Dolores Parihuancollo C.****,*
y en memoria de quien en vida fue,
mi padre ***Marcos E. Mendieta C.****(†).*



El que no conoce la Matemática muere sin conocer la verdad científica (SCHELBACH).

Prefacio

Cada función o secuencia de instrucción del código fuente de un software hace su descargo mediante los comentarios en su cabezal. Estos descargos, con frecuencia, hacen referencia a informes técnicos que explican las características de funcionamiento. El desarrollo de esta obra compone los informes de investigación para el área de matemática que sirven de soporte para las implementaciones en librerías o API's.

El diseño de la obra está sujeto a requisitos de ser directo, específico, de fácil mantenimiento, segmentado, funcional, con diseño tipográfico y normado en estructura. Por todo ello, el presente documento tiene los siguientes principios de *Terminología Normativa*:

Normativo: La denominación "[MDT496::XXXX]" se refiere a un documento *estándar* de MDT496 ESTUDIOS, escrito y mantenido por el autor *Marco Mendieta Parihuancollo*, a requerimiento o necesidad de establecer (o aplicar) un conocimiento que perdure en el tiempo.

En general estos documentos son de carácter técnico–académico (nivel universitario) especializado en un tema relacionado a la tecnología y las ciencias naturales, entiendase en relación a la física, matemática o el arte de la programación óptima.

Vérsión: Sistema de producción en serie MDT496 ESTUDIOS [MDT496::036MPAA], que regula el mantenimiento del proyecto y su evolución en el tiempo, con base el sistema de control de versiones, se registra en el epílogo *Change History* del documento.

El número de serie, clave de compilación de una edición consolidada final y estable, es especificada al reverso de la portada y en los metadatos del PDF; explícitamente en el campo *Asunto* (`subject`).

Motor de composición: El texto, serie de *Cuarta Generación*, está escrito en LaTeX+TikZ+MDTzøFEX regulado acorde con *The LaTeX language specification* por [MDT496::036MPAAAY].

Una obra literaria (documento) de cuarta generación: LaTeX es la plataforma de programación; TikZ es el motor gráfico; y, MDTzøFEX es el motor de documentación.

Formato: A nivel diseño de la estructura del documento es regulada por [MDT496::036MPAAAD] con base la norma ISO 7144 (1989).

Referencias: A nivel de *citas* y lista de *Referencias* bibliográficas, conforme lo definido por la norma ISO 690 (1987); el texto *adopta* el estilo IEEE.

El documento es específico en mostrar sus fuentes que constituyen los *sistemas de recursividad y descargo* como, URL's, números de página, notas a pie de página, citas y *listas overview* como ser: Contenido, Glosario, Referencias e Índice.

El tema de ser *específico* (citas con número de página o tiempo, en el caso de obras audiovisuales) es más un servicio al escritor que al lector, ya que facilita el mantenimiento del documento en sí. La revisión, actualización, o corrección de un término en concreto requiere estudiar las bases en las cuales se establecio en primer lugar.

Diseño tipográfico: A nivel de *tipografía* matemática (operador, símbolo y carácter) el documento esta regulado según el caso:

1. (Notación Unidades físicas) conforme norma ISO 1 000 (1981);
2. (Codificación símbolo matemático) conforme estándar Unicode;
3. (Notación abreviada) conforme norma ISO 1087-1 e ISO 19104.

Estabilidad: la Consolidación exhaustiva de literatura matemática, de Conformidad (normativo) con el *Informe de implementación* (capítulo final) del documento, responde a brindar estabilidad consecuente (irrefutable a nivel MDT496 ESTUDIOS) en la especificación del lenguaje.

El término *Hacker* se utiliza como un sinónimo de investigador técnico–profesional con criterio lógico

racional; con el único propósito de consolidar un *argumento* fuertemente fundamentado.

El documento es una especificación consistente, en su mayoría el contenido son *definiciones* del lenguaje, sintetizadas en la lísta *Índice*. Los *ejemplos* solo están para pruebas unitarias (hypothesis testing) de implementación y computo en laboratorios CAS como: *PTC Mathcad Prime 9.0.0.0* conforme con [MDT496::036MPAABS]; *Maple™ 18* conforme con [MDT496::036MPAABR]; *Java® SE 24* conforme con [MDT496::036MPAAAZ].

El documento nacio a base de requerir una especificación de un *concepto* matemático. Entiendase concepto: de un símbolo, una ecuación, una constante (elementos de una expresión matemática); el *como se define tecnicamente* coexistente en una implementación (a nivel de código de un software).

Más alla de consolidar los apuntes de la universidad, este contiene información estructurada organicamente según normativa interna, es decir, guarda una relación simbiótica con otras obras de MDT496 ESTUDIOS.

La obra es de tipo monográfica, ya que reune y estudia varias teorias de otros autores (obras externas) para establecer una propia. Por ello se establece como una *obra original* fundamentada en otros estudios.

El conocimiento ancestral constituye la identidad misma de la obra, es decir, son las razones (que explican) por que está en este punto del tiempo (o de la historia). No obstante, conforme con las restricciones de acceso a la información ya sea por razones de Copyright (c) o Derechos de Propiedad Intelectual, ya que el mismo es resultado de toda una vida de investigaciones del autor; este se reserva el derecho a ser un documento normativo interno de MDT496 ESTUDIOS, a menos que pase al estatus de Primera Edición, es decir, que pase a manos de una Editorial.

Como especificación, una cualidad del documento es reducir la ambigüedad en la terminología, presentando una sola *definición* para un concepto; esta hara su entrada única al *Índice*, es decir, si este tiene dos (o más) números de página significa que el término tiene varias definiciones (lo cual es un despropósito).

Una idea planteada es solo teoría a menos que sea comprobada en un laboratorio matemático (Maple, Mathcad, Java, etc.) es decir, *experimentar* en un contexto controlado y con experiencia previa (notas de trabajo, universitarias, manuales de programación, etcétera), con base en ello, posteriormente se elabora el ejemplo y su gráfica, si es necesario. Entonces, un ejemplo responde a aplicar y normalizar la terminología en una definición (teoría verificada).

La ecuación de portada representa el punto de inflexión que dio origen a retomar este proyecto. La precisión variable es una función que retorna una fracción (del valor aproximado) en lugar de un número irracional, de tal modo que uno pueda obtener su valor con 1, 2, 100, 1000, (10'000, . . . , etc.), decimales según la necesidad de precisión requerida. La capacidad de computo es la única limitante ya que queda fuera de un uso práctico, por el hecho de calcular una fracción que varía de tamaño tanto en el numerador como en el denominador, en relación con el argumento de la función. Es decir, es una forma de mostrar el poder matemático que tiene la obra, al plantear una fórmula que está a *un paso*, dejarlo todo preparado para ser una fórmula de precisión variable e implementarlo (comprobarlo) en un lenguaje de programación Java y poder calcular el valor de π con un millón de cifras decimales y más.

La motivación principal es la de entender la *matemática aplicada* a la programación, como en el caso de las curvas Bézier en SVG (el punto de partida), o el caso de la elipse en la Geodesia (la parte extendida). La primera parte inicia por tratar la Geometría Diferencial, la matemática del gráfico vectorial; para luego pasar al estudio extendido, la Geometría Elíptica en relación con la *física*.

Marco Mendieta Parihuancollo
Oruro, abril 2025

Keywords Math · Handbook · Linear Algebra · Geodesy · Calculus · Programming

Contenido

Glosario

Lista de símbolos

$[a, b]$	Lista (intervalo) de elementos, pág. 35.
$\{a, b\}$	Conjunto de elementos, pág. 91.
(a, b)	Mapa (clave-valor) de elementos, pág. 77.
$\mathbb{N}$	Conjunto de números naturales, pág. 83.
$\mathbb{Z}$	Conjunto de números enteros, pág. 83.
$\mathbb{Q}$	Conjunto de números racionales, pág. 83.
$\mathbb{R}$	Conjunto de números reales, pág. 84.
$\mathbb{C}$	Conjunto de números complejos, pág. 101.
$\mathbb{K}$	Campo escalar (en general), pág. 3.
$\mathbb{V}$	Espacio (vectorial), pág. 3.
$\mathbb{R}^n$	Espacio real en $n \in \mathbb{N}$ dimensión, pág. 3.
$\mathbb{C}^n$	Espacio complejo en $n \in \mathbb{N}$ dimensión.
$\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b}$	Producto escalar (interno), pág. 6.
$\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$	Producto vectorial (externo), pág. 7.
$\operatorname{Dom} f$	Dominio de función, pág. 77.
$\operatorname{Im} f$	Codominio de función, pág. 77.
∇	Operador (diferencial) Nabla, pág. 18.
$\mathrm{d}f$	Derivada de función, pág. 79.
∂f	Derivada Parcial de función, pág. 81.
$f : X \longrightarrow Y$	f es un mapeo de X en Y, pág. 77.
$\Re\, z$	Parte real del número complejo z, pág. 102.
$\Im\, z$	Parte imaginaria del número complejo z, pág. 102.

Lista de abreviaciones

0-D	Zero Dimensional, pág. 38.
1-D	One Dimensional, pág. 110.
2-D	Two Dimensional, pág. 3.
3-D	Three Dimensional, pág. 3.
AGL	Above Ground Level Altitude measure (Altura sobre el nivel de la tierra).
AI	Artificial intelligence, pág. 9.
AIDC	Automatic Identification and Data Capture.
AJAX	Asynchronous JavaScript and XML.
AMS	American Mathematical Society.
ANSI	American National Standards Institute.
APA	American Psychological Association.
API	Application Programming Interface.
APIO	Asia-Pacific Informatics Olympiad.
ASCII	American Standard Code for Information Interchange.
ASTM	American Society for Testing and Materials.
BIM	Building Information Modeling.
BOI	Baltic Olympiad in Informatics.
CAD	Computer Aided Design, pág. 35.
CAM	Computer Aided Manufacturing.
CAS	Computer Algebra System, pág. 149.
CEOI	Central European Olympiad in Informatics.
CGM	Computer Graphics Metafile.
CIM	Common Information Model.
CLI	common language infrastructure.

CM Central meridian.

COM Component Object Model.

CRF Coordinate reference frame.

CRS Coordinate reference system.

CS Coordinate System, pág. 21.

CSS Cascading Style Sheets.

CSV Comma-separated values.

DAO Data Access Object.

DEG (°) Degree.

DGNSS Differential Global Navigation Satellite System.

DGPS Differential Global Positioning System.

DIN Deutsches Institut für Normung e.V., German Institute for Standardization.

DIS Draft International Standard.

DoG difference of Gaussians.

DOI Digital Object Identifier.

DOM Document Object Model.

DSD Drawing Set Descriptions (Autodesk).

DTD Document Type Definition (of XML).

DWF Design Web Format (Autodesk).

DXF Drawing eXchange Format.

EAN European Article Numbering (known as EAN International, now called GS1).

ED50 European Datum 1950.

EDGE Enhanced Data rates for GSM Evolution.

EGDB Oracle Enterprise Geodatabase.

EHE Estimated Horizontal Error.

EM Electromagnetic, pág. 15.

EPE Estimated Position Error.

EPSG European Petroleum Survey Group, pág. 123.

ESA European Space Agency.

Esri Environmental Systems Research Institute.

EUROGI European Umbrella Organization for Geographic Information.

FDS Formal Data Structure.

GDAL Geospatial Data Abstraction Library.

GDAS Geographic Data Attribute Set.

GDF Geographic Data Files.

GDOP Geometrical Dilution of Precision.

GEOINT Geospatial Intelligence.

GI geographic information.

GIF graphics interchange format.

GIS Geographic Information System.

GKS Graphical Kernel System.

GLONASS Globalnaya Navigatsionnaya Sputnikovaya Sistema.

GML Geography Markup Language.

GNSS Global Navigation Satellite System.

GPL GNU General Public License.

GPRS General Packet Radio Service.

GPS Global Positioning System.

GPST Global Positioning System time.

GPX Global Positioning System Exchange Format.

GRS80 Geodetic Reference System 80.

GSM Global System for Mobile communication.

GTIN Global Trade Item Number.

GUI Graphical User Interface.

HDOP horizontal dilution of precision.

HTML Hypertext Markup Language.

HTTP Hypertext Transfer Protocol.

HTTPS Hypertext Transfer Protocol Secure.

IA integrated assessment.

IAG International Association of Geodesy.

IAU International Astronomical Union.

Referencias

[1] S. Bochner, “The Significance of Some Basic Mathematical Conceptions for Physics”, *Isis, Vol. 54 (Part 2), 179-205*, 1963. DOI: 10.1086/349700.

[2] A. Baldor, *Aritmética*. Cultura Centroamericana, S. A., 1974.

[3] V. A. Uspenski, *Algunas Aplicaciones De La Mecánica A Las Matemáticas*, ép. Lecciones populares de Matemáticas. Editorial Mir, 1979.

[4] Vygodsky, *Mathematical Handbook*, ép. Higher Mathematics. Editorial Mir, 1987.

[5] W. Kresse y D. M. Danko, *Springer Handbook of Geographic Information*, inglés. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2012, ISBN: 978-3-540-72678-4. DOI: 10.1007/978-3-540-72680-7.

[6] H. Kardestuncer, *Introducción al análisis estructural con matrices*, trad.del inglés por J. V. Casas Reyes y J. Isaza Bernal. McGraw-Hill, 1975.

[7] P. Drábek y J. Milota, *Methods of Nonlinear Analysis, Applications to Differential Equations*, inglés, 2.ª ed., ép. Birkhäuser Advanced Texts. Springer Basel: Birkhäuser Basel, 2013, ISBN: 978-3-0348-0386-1. DOI: 10.1007/978-3-0348-0387-8.

[8] A. O. Rojo, *Álgebra II, Álgebra lineal*, 3.ª ed. El Ateneo, 1995, ISBN: 950-02-5205-8.

[9] S. Lipschutz, *Álgebra lineal*, 2.ª ed., trad.del inglés por C. Martinez Ontalba. McGraw-Hill, Inc., 1992, ISBN: 84-7615-758-4.

[10] A. Ibort y M. A. Rodríguez, *Notas de Álgebra lineal*. Departamento de Matemáticas, Universidad Carlos III de Madrid, 30 de mar. de 2001.

[11] J. Ikrámov, *Problemas de álgebra lineal*, trad.del ruso por S. Bulánov. Editorial Mir Moscú, URSS, 1990, ISBN: 5-03-001288-5.

[12] D. Faddieev e I. Sominski, *Problemas de álgebra superior*, trad.del ruso por E. Aparicio Bernardo. Editorial Mir Moscú, URSS, 1971.

[13] A. Romano y M. Mango Furnari, *The Physical and Mathematical Foundations of the Theory of Relativity, A Critical Analysis*, inglés. Springer Nature Switzerland AG: Birkhäuser Basel, 2019, ISBN: 978-3-030-27236-4. DOI: 10.1007/978-3-030-27237-1.

[14] I. N. Herstein, *Álgebra moderna, Grupos, Anillos, Campos, Teoría de Galois*. Editorial Trillas, México, 1970, ISBN: 968-24-01-37-2.

[15] C. Chávez Vega, *Álgebra Lineal*, 2.ª ed. Moshera S.R.L, 2007, ISBN: 9972-813-32-0.

[16] W. Mora Flores, C. Páez Páez, M. Alfaro A., E. Chacón, B. Rodríguez y R. Wynta, *Álgebra Lineal para Computación*. Escuela de Matématica, Instituto Tecnológico de Costa Rica, 2018.

[17] J. P. Fortney, *A Visual Introduction to Differential Forms and Calculus on Manifolds*, inglés. Springer Nature Switzerland AG, 2018, ISBN: 978-3-319-96992-3. DOI: 10.1007/978-3-319-96992-3.

[18] H. C. Muller Santa Cruz, *Análisis Vectorial y Tensorial*, 2002.

[19] Maplesoft, *The Maple Help System*, inglés, Waterloo Maple Inc., 2014.

[20] K. Tapp, *Differential Geometry of Curves and Surfaces*, inglés, ép. Undergraduate Texts in Mathematics. Springer Nature Switzerland AG, 2016. DOI: 10.1007/978-3-319-39799-3.

[21] Bureau International des Poids et Mesures, *SI, Le Système international d'unités/The International System of Units*, francés e inglés, 8.ª ed., Paris, France: STEDI MEDIA, 2006, ISBN: 92-822-2213-6. dirección: https://www.bipm.org/utils/common/pdf/si_brochure_8.pdf (visitado 15-02-2020).

[22] J. Schwichtenberg, *Physics from Symmetry*, inglés, 2.ª ed., ép. Undergraduate Lecture Notes in Physics. Springer Cham, 2018, ISBN: 978-3-319-66631-0. DOI: 10.1007/978-3-319-66631-0.

[23] J. Gallier y J. Quaintance, *Differential Geometry and Lie Groups, A Second Course*, inglés. Springer Nature Switzerland AG, 2020, ISBN: 978-3-030-46046-4. DOI: 10.1007/978-3-030-46047-1.

[24] T. Tantau, *The TikZ and PGF Packages, Manual for version 3.1.9a*, inglés, Institut für Theoretische Informatik, Universitüt zu Lübeck, 15 de mayo de 2021. dirección: https://web.archive.org/web/20210520074825if_/https://pgf-tikz.github.io/pgf/pgfmanual.pdf (visitado 11-11-2022).

[25] L. W. Tu, *Differential Geometry, Connections, Curvature, and Characteristic Classes*, inglés. Springer Nature Switzerland AG, 2017. DOI: 10.1007/978-3-319-55084-8.

[26] N. Johnston, *Introduction to Linear and Matrix Algebra.* Springer Cham, 2021, ISBN: 978-3-030-52810-2. DOI: 10.1007/978-3-030-52811-9.

[27] J. P. Flynt y D. Kodicek, *Mathematics and Physics for Programmers*, inglés, 2.ª ed. Course Technology PTR, Cengage Learning, 2012, ISBN: 978-1-4354-5733-1.

[28] H. Mercado Castellon, *Análisis Matricial de Estructuras*, Universidad Técnica de Oruro, Facultad Nacional de Ingeniería, 25 de mar. de 2001.

[29] H. Hwei P., *Análisis vectorial.* Wilmington, Delaware, E.U.A.: ADDISON-WESLEY IBEROAMERICANA, S.A., 1987, ISBN: 0-201-02943-X.

[30] D. Muller y YouTube – Veritasium, *El Futuro de las Computadoras Será Radicalmente Diferente*, 27 de mar. de 2022. dirección: https://www.youtube.com/watch?v=qNtxODk_Lmk.

[31] M. Potápov, V. Alexándrov y S. Pasichenko, *Álgebra, y análisis de funciones elementales.* Editorial Mir, 1986.

[32] C. Páez Páez, *Matrices y sistemas lineales.* Escuela de Matématica, Instituto Tecnológico de Costa Rica, 2013, ISBN: 978-9968-641-15-9.

[33] F. Triveri, "Data warehousing con sql server 2000 enterprise", *POWERUSR*, 2007.

[34] E. K. Gnang, "A Hypermatrix Analog of the General Linear Group", *Notices of the American Mathematical Society*, 2021, ISSN: 0002-9920. DOI: 10.1090/noti2366.

[35] E. Flapan, ed., *Notices of the American Mathematical Society* vol. 68, 10 2021, ISSN: 0002-9920.

[36] M. Kaku, *La ecuación de dios, La busqueda de una teoría del todo*, 2021.

[37] D. Muller y YouTube – Veritasium en español, *La Idea Errónea que nos Enseñan sobre la Electricidad.*

[38] M. R. Spiegel, *Análisis vectorial, y una introducción al análisis tensorial.* McGRAW-HILL, 1970, ISBN: 968-451-068-3.

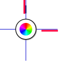
[39] V. Ilín y E. Pozniak, *Fundamentos del análisis matemático.* Editorial Mir, 1991, vol. 2.

[40] V. López Arbiza, "Referencia móvil a lo largo de una curva", Tesis de mtría., Universidad de Cantabria, Facultad de Ciencias, 2017.

[41] W. Freeden y M. Z. Nashed, *Handbook of Mathematical Geodesy, Functional Analytic and Potential Theoretic Methods*, inglés. Springer International Publishing AG, 2018, ISBN: 978-3-319-57179-9. DOI: 10.1007/978-3-319-57181-2.

[42] P. Moon y D. E. Spencer, *Field Theory Handbook, Including Coordinate Systems, Differential Equations and Their Solutions*, inglés, 2.ª ed. Springer-Verlag, 1971, ISBN: 978-3-540-18430-0. DOI: 10.1007/978-3-642-83243-7.

[43] A. Baldor, *Álgebra*, 2002.



[44] E. Dahlström, P. Dengler, A. Grasso, C. Lilley, C. McCormack, D. Schepers, J. Wat, J. Ferraiolo y D. Jackson, "Scalable Vector Graphics (SVG) 1.1 (Second Edition)", inglés, World Wide Web Consortium (MIT, ERCIM, Keio), W3C Recommendation, 16 de ago. de 2011. dirección: https://www.w3.org/TR/SVG11/REC-SVG11-20110816.pdf.

[45] V. Chungara Castro, *Apuntes y problemas de Cálculo II*. Editorial "Leonardo", 2008.

[46] G. E. Shilov, *Gama Simple, Cómo Construir Las Gráficas*, ép. Lecciones populares de Matemáticas. Editorial Mir, 1978.

[47] V. G. Boltianski, *La envolvente*, ép. Lecciones populares de Matemáticas. Editorial Mir, 1977.

[48] REAL ACADEMIA ESPAÑOLA, *Diccionario de la Lengua Española*, VIGÉSIMA PRIMERA EDICIÓN (v15.0).

[49] S. Lipschutz, *Teoría de conjuntos, y temas afines*, trad.del inglés por J. M. Castaño. McGraw-Hill, Inc., 1991, ISBN: 968-422-926-7.

[50] F. D. Demana, B. K. Waits, G. D. Foley, D. Kennedy y R. Blitzer, *Matemáticas universitarias introductorias con nivelador MyMathLab*, 2.ª ed. PEARSON, 2014, ISBN: 978-607-32-2726-1.

[51] V. Chungara Castro, *Apuntes y problemas de Cálculo I*, 15 de ago. de 2002.

[52] Mates Mike and YouTube, *El Problema del Milenio que Une Relatividad y Cuántica: Yang-Mills y el Salto de Masa*, 10 de mar. de 2024. dirección: https://m.youtube.com/watch?v=CLg-qZY1Wbs.

[53] V. Chungara Castro, *Apuntes y problemas de Cálculo I*, 1999.

[54] N. Piskunov, *Calculo Diferencial e Integral*, 3.ª ed. Editorial Mir, 1977, vol. I.

[55] C. Mamani M., *Manual Preuniversitario*, Taylor Instituto, Oruro, Bolivia, 2009.

[56] A. Baldor, *Geometría plana y del espacio, con una introducción a la Trigonometría*. Publicaciones CULTURAL, S. A., 2004.

[57] YouTube – Veritasium en español, *Geometría Hiperbolica (Universos Paralelos Ocultos)*, 2022.

[58] I. Suvorov, *Curso de Matemáticas superiores*, 4.ª ed., trad.del ruso por J. V. Rodríguez y J. J. Toloza. Editorial Mir Moscú, URSS, 1973.

[59] R. Rojas González, *El lenguaje de las matemáticas, Historias de sus símbolos*. México: Fondo de Cultura Económica, 2018, ISBN: 978-607-16-5971-2.

[60] H. A. Escobar Jiménez, S. J. Caicedo Zambrano y O. F. Soto Ágreda, *Lecciones de Cálculo Diferencial*. Universidad de Nariño, 2021.

[61] N. M. Beskin, *Representación de figuras espaciales*, ép. Lecciones populares de Matemáticas. Editorial Mir, 1977.

[62] M. Sullivan, *Álgebra y Trigonometría*, 7.ª ed. Pearson, 2006.

[63] P. A. Gutiérrez Figueroa, *Matemáticas 4*. La Hoguera, 2007, ISBN: 99905-76-64-5.

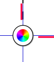
[64] Thunder426, *Demostración de las definiciones del seno y coseno hiperbólicos en términos del número e*, Divulgación, 14 de oct. de 2021. dirección: https://www.youtube.com/watch?v=ScwPVMlwyFM.

[65] V. G. Shervátov, *Funciones Hiperbólicas*, ép. Lecciones populares de Matemáticas. Editorial Mir, 1975.

[66] SVG Working Group y J. Ferraiolo, "Scalable Vector Graphics (SVG) 1.0 Specification", inglés, World Wide Web Consortium (Massachusetts Institute of Technology, Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique, Keio University), W3C Recommendation, 4 de sep. de 2001. dirección: https://www.w3.org/TR/2001/REC-SVG-20010904/REC-SVG-20010904.pdf (visitado 26-06-2022).

[67] A. Bellamy-Royds, B. Brinza, C. Lilley, D. Schulze, D. Storey y E. a. Willigers, "Scalable Vector Graphics (SVG) 2", inglés, World Wide Web Consortium (MIT, ERCIM, Keio, Beihang), W3C Candidate Recommendation, 4 de oct. de 2018. dirección: https://www.w3.org/TR/2018/CR-SVG2-20181004/.

[68] L. Fernández Jambrina, *Tema 2: Curvas de Bézier*, 2020.



[69] Wikipedia, *Curva de Bézier*, 2020. dirección: https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Curva_de_B%C3%A9zier&oldid=131825617 (visitado 24-12-2020).

[70] D. Muller y YouTube – Veritasium, *El Extraño Principio de Física Que Da Forma a la Realidad*, 13 de nov. de 2024. dirección: https://www.youtube.com/watch?v=WQNiupNh0js (visitado 21-12-2024).

[71] ——, *The Simple Math Problem That Revolutionized Physics*, inglés, 29 de oct. de 2024. dirección: https://www.youtube.com/watch?v=Q10_srZ-pbs (visitado 21-12-2024).

[72] J. Bragado Rodríguez, *La Cicloide, Braquistócrona Tautócrona.*

[73] C. S. Chinea, *La Cicloide, Una curva de mucho empaque*, DIVULGACIÓN DE LA MATEMÁTICA EN LA RED, ene. de 2002.

[74] Fundación Pryconsa, *La curva cicloide, GUÍA PARA PROFESORES*, Proyecto: A través del tiempo, Consejería de Educación y Juventud.

[75] D. Hernández Abreu, "La cicloide, un recorrido histórico por sus propiedades", *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, n.º 12, págs. 115-134, dic. de 2007, ISSN: 1815-0640.

[76] A. Becker, *Animation vs. Math*, Divulgación (YouTube: Alan Becker), 24 de jun. de 2023.

[77] G. Baranenkov, B. P. Demidovich, V. Efimenko, S. Kogan, G. Lunis, E. Porshneva, E. Sichova, S. Frolov, R. Shostak y A. Yanpolski, *Problemas y Ejercicios de Análisis Matemático.* Editorial Mir, 1967.

[78] D. Guerra Valdivia, *Una mirada a la geometría algebraica*, Divulgación (YouTube: Instituto de Matemáticas de la UNAM), Facultad de Ciencias, UNAM, 2019. dirección: https://www.youtube.com/watch?v=eIxtCEJTeGM (visitado 06-11-2019).

[79] M. De Nova Vázquez, *Un poco de geometría algebraica*, Plática (YouTube), Facultad de Ciencias de la UNAM, en el Aula Sotero Prieto 2, 30 de jul. de 2019. dirección: https://www.youtube.com/watch?v=TKlUY2AWy9s (visitado 03-08-2019).

[80] Mates Mike and YouTube, *El Problema del Milenio sobre CURVAS ELÍPTICAS*, 2022. dirección: https://m.youtube.com/watch?v=9mR_h9ufs4E.

[81] R. Flores Espinoza, M. A. Valencia Arvizu, G. Dávila Rascón y M. G. García Alvarado, *Fundamentos del Cálculo.* GARABATOS, 2008.

[82] J. Gosling, B. Joy, G. Steele, G. Bracha, A. Buckley, D. Smith y G. Bierman, *The Java™ Language Specification, Java SE 15 Edition*, inglés, Oracle America, Inc., 10 de ago. de 2020. dirección: https://docs.oracle.com/javase/specs/jls/se15/jls15.pdf (visitado 05-10-2020).

[83] D. E. Knuth, *Computers & Typesetting*, *The TEXbook*, inglés. Reading, Mass.: Addison-Wesley, 1984, vol. A, ISBN: 0-201-13447-0.

[84] W. A. Granville, *Cálculo diferencial e integral.* Editorial Limusa, S.A., 2009, ISBN: 978-968-18-1178-5.

[85] E. W. Swokowski y J. A. Cole, *Trigonometría*, trad.del inglés por J. H. Romo Muñoz. Thomson, 1997, ISBN: 968-7529-08-3.

[86] V. Ilín y E. Pozniak, *Fundamentos del análisis matemático.* Editorial Mir, 1991, vol. 1.

[87] W. Mora Flores, M. Alfaro A., M. Villalobos A., R. Wynta, M. Calderón S. y L. F. Mora Picado, *Cálculo para computación.* Escuela de Matématica, Instituto Tecnológico de Costa Rica, 2018.

[88] J. Goñi Galarza, *Cálculo diferencial, Curso práctico de teoría y problemas*, Editorial Ingeniería E.I.R.L. Lima, Perú.

[89] E. Espinoza Ramoz, *Análisis matemático I, para estudiantes de ciencias e ingeniería*, 4.ª ed., Lima, Perú, 17 de mar. de 2008.

[90] B. P. Demidovich, *5.000 Problemas de Análisis Matemático*, 9.ª ed., trad.del ruso por E. Aparicio Bernardo. Thomson, 2003, ISBN: 84-9732-141-3.

[91] T. Oetiker, H. Partl, I. Hyna y E. Schlegl, *Introducción no tan corta a LATEX.* 2014, Versión: 5.03 Agosto 2014.





[92] R. L. Graham, D. E. Knuth y O. Patashnik, *Concrete Mathematics, A foundation for computer science*, inglés, 2.ª ed. Addison-Wesley Publishing Co., 1994, ISBN: 0-201-55802-5.

[93] W. Navidi, *Estadística para ingenieros y científicos*. McGRAW-HILL, 2006, ISBN: 970-10-5629-9.

[94] J. Gosling, B. Joy, G. Steele, G. Bracha, A. Buckley, D. Smith y G. Bierman, *The Java™ Language Specification, Java SE 17 Edition*, inglés, Oracle America, Inc., 9 de ago. de 2021.

[95] W. Mora Flores, *Introducción a la teoría de números, Ejemplos y algoritmos*. Escuela de Matématica, Instituto Tecnológico de Costa Rica, 2014, ISBN: 978-9968-641-11-1.

[96] P. J. Deitel y H. M. Deitel, *Cómo programar en Java*, 10.ª ed. México: Pearson Educación, 2016, ISBN: 978-607-32-3802-1.

[97] D. Muller y YouTube – Veritasium en español, *El problema sin resolver Más Antiguo En Matemáticas*, 6 de abr. de 2024. dirección: https://www.youtube.com/watch?v=W_d6MOFacwQ (visitado 13-04-2024).

[98] F. J. Martínez Calvo, *Guías de la Comisión Braille Española, Signografía matemática*. Madrid, España: Comisión Braille Española, 2007, ISBN: 978-84-484-0195-5.

[99] C. Ivorra Castillo, *Álgebra*.

[100] M. Tahan, *El hombre que calculaba*. Pampia Grupo Editor, 2016, ISBN: 9876480944. dirección: https://books.google.com.bo/books?id=9w2nDwAAQBAJ (visitado 22-04-2024).

[101] D. Muller y YouTube – Veritasium, *The Oldest Unsolved Problem in Math*, 7 de mar. de 2024. dirección: https://www.youtube.com/watch?v=Zrv1EDIqHkY (visitado 14-04-2024).

[102] A. Escoredo, J. M. Escoredo y C. Pérez, *Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales (SOLUCIONARIO)*. Santillana Educación, S. L., 2008, ISBN: 978-84-294-4360-8.

[103] J. Braams, D. Carlisle, A. Jeffrey, L. Lamport, F. Mittelbach, C. Rowley y R. Schöpf, *The LaTeX2e Sources*, inglés, LaTeX Project team, 15 de abr. de 2017.

[104] LaTeX3 Project Team, *The LaTeX3 Sources*, inglés, 14 de jun. de 2018.

[105] M. R. Spiegel, *Estadística*, 2.ª ed., trad.del inglés por R. Hernandez Heredero. McGRAW-HILL, 1991, ISBN: 0-07-060234-4.

[106] M. R. Spiegel y L. J. Stephens, *Estadística*, 3.ª ed., trad.del inglés por L. E. Pineda Ayala. McGRAW-HILL, 2002, ISBN: 970-10-3271-3.

[107] S. C. Chapra y R. P. Canale, *Métodos numéricos para ingenieros*, 5.ª ed. México, D. F.: McGRAW-HILL INTERAMERICANA, 2007, ISBN: 978-970-10-6114-5.

[108] E. J. Finn y M. Alonso, *Física, Mecánica*, trad.del inglés por C. Hernández y V. Latorre. Lima, Peru: Fondo Educativo Interamericano, S. A., 1970, vol. I.

[109] A. Laaksonen, *Guide to Competitive Programming, Learning and Improving Algorithms Through Contests*, inglés, 2.ª ed., ép. Undergraduate Topics in Computer Science. Springer Cham, ISBN: 978-3-030-39356-4. DOI: 10.1007/978-3-030-39357-1.

[110] F. Ayres, *Álgebra Moderna*. McGRAW-HILL, 1991, ISBN: 968-422-917-8.

[111] M. R. Spiegel, *Cálculo superior*, trad.del inglés por J. M. Castaño. McGRAW-HILL, 1991, ISBN: 0-07-091871-6.

[112] J. Stewart, *Introducción al Cálculo*, Thomson.

[113] E. Espinoza Ramoz, *Matemática básica*, 2.ª ed., Lima, Perú, 5 de mayo de 2005.

[114] S. Fuenlabrada de la Vega Trucíos, *Aritmética y Álgebra*. McGRAW-HILL, 2004, ISBN: 970-10-4708-7.

[115] Mates Mike and YouTube, *¿Las Matemáticas Podrían Estar MAL?*, 2022. dirección: https://m.youtube.com/watch?v=6oXs7Yi4tGY.

[116] K. Erciyes, *Discrete Mathematics and Graph Theory, A Concise Study Companion and Guide*, inglés, 1.ª ed., ép. Undergraduate Topics in Computer Science. Springer Cham, ISBN: 978-3-030-61114-9. DOI: 10.1007/978-3-030-61115-6.

[117] Mates Mike and YouTube, *Teoría de Grafos, ¿Puedes Dibujar la Casa Sin Levantar el Lápiz? ¿Qué dicen las Matemáticas?*, 28 de mayo de 2023. dirección: https://youtube.com/watch?v=J_nEkcr0G4g.

[118] A. Hatcher, *Algebraic Topology*, inglés, 2001. dirección: http://pi.math.cornell.edu/~hatcher/AT/AT.pdf (visitado 23-04-2024).

[119] Wikipedia, *Teoría de Grupos*, 2024. dirección: https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Teor%C3%ADa_de_grupos&oldid=157533268 (visitado 23-04-2024).

[120] H. de Swart, *Philosophical and Mathematical Logic*, inglés. Springer Nature Switzerland AG, 2018, ISBN: 978-3-030-03253-1. DOI: 10.1007/978-3-030-03255-5.

[121] S. Lazo Q., UMSA, EMI y UCB, *ALGEBRA MODERNA*, imprenta SOIPA LTDA., La Paz - Bolivia.

[122] G. Dorofeiev, M. Potapov y N. Rozov, *Temas Selectos De Matemáticas Elementales.* Editorial Mir, 1973.

[123] O. Merino, *A Short History of Complex Numbers*, University of Rhode Island, 2006. dirección: https://math.mit.edu/~dunkel/Teach/18.04_2019S/historic/Merino_2006.pdf (visitado 05-01-2024).

[124] J. B. Conway, *Functions of One Complex Variable*, inglés, 2.ª ed., ép. Graduate Texts in Mathematics. Springer-Verlag New York, 1973, ISBN: 0-387-90328-3.

[125] F. J. Pérez González, *Curso de análisis complejo*, Departamento de Análisis Matemático, Universidad de Granada, 2004. dirección: https://www.ugr.es/~fjperez/textos/funciones_variable_compleja.pdf (visitado 31-12-2023).

[126] C. Ivorra Castillo, *Geometría Algebraica.* dirección: https://www.uv.es/ivorra/Libros/GA.pdf (visitado 12-08-2024).

[127] YouTube – Veritasium en español, *Cómo se Inventaron los Números Imaginarios*, 2022.

[128] R. Bombelli, *L'Algebra*, 1579. dirección: https://ve42.co/Bombelli.

[129] J. B. Conway, *Functions of One Complex Variable II*, inglés, ép. Graduate Texts in Mathematics. Springer New York, NY, 1995, ISBN: 978-1-4612-6911-3. DOI: 10.1007/978-1-4612-0817-4.

[130] Wikipedia, *Análisis complejo*, 2023. dirección: https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=An%C3%A1lisis_complejo&oldid=156064955 (visitado 29-12-2023).

[131] D. Peña Sánchez de Rivera, *Fundamentos de Estadística.* Alianza Editorial, 2014, ISBN: 978-84-206-8877-0.

[132] H. Mercado Castellon, *Introducción a la Resistencia de Materiales*, Universidad Técnica de Oruro, Facultad Nacional de Ingeniería, 2010.

[133] D. Muller y YouTube – Veritasium en español, *La Pregunta Matemática que Nadie Pudo Resolver I Explicado por la Ciencia*, 2024. dirección: https://www.youtube.com/watch?v=E_Lyy9_fjJM (visitado 26-06-2024).

[134] A. V. Pogorélov, *Geometría elemental.* Editorial Mir, 1974.

[135] Centro Español de Metrología, *SI, El Sistema Internacional de Unidades*, 2.ª ed., Madrid, España, 2008.

[136] K. Butcher, L. Crown y E. Gentry, *The International System of Units (SI) - Conversion Factors for General Use*, inglés, ép. NIST Special Publication 1038. National Institute of Standards y Technology (NIST), 2006. DOI: 10.6028/NIST.SP.1038. dirección: https://nvlpubs.nist.gov/nistpubs/Legacy/SP/nistspecialpublication1038.pdf (visitado 26-01-2024).

[137] J. J. Cortés Rosas, M. E. González Cárdenas, V. D. Pinilla Morán, A. Salazar Moreno y V. H. Tovar Pérez, *Aproximación numérica y errores*, Plataforma educativa para Análisis Numérico (UNAM-DGAPA-PAPIME PE105717): División de Ciencias Básicas de la Facultad de Ingeniería de la UNAM, 2019. dirección: https://www.ingenieria.unam.mx/pinilla/PE105117/pdfs/tema1/1_aproximacion_numerica_y_errores.pdf (visitado 11-06-2024).

[138] A. Nieves Hurtado y F. C. Domínguez Sánchez, *Métodos numéricos aplicados a la ingeniería*, 4.ª ed. GRUPO EDITORIAL PATRIA, S.A. DE C.V., 2014.

[139] V. Chungara Castro, *Ecuaciones diferenciales.* Editorial "Leonardo", 2010.

[140] H. Cohen, *Numerical Approximation Methods,* $\pi \approx \frac{355}{113}$, inglés. Springer International Publishing, 2011, ISBN: 978-1-4419-9836-1. DOI: 10.1007/978-1-4419-9837-8.

[141] M. R. Spiegel, *Probabilidad y estadística*, trad.del inglés por J. Osuna Suarez. McGRAW-HILL, 1976.

[142] W. Mora Flores, *Introducción a los métodos numéricos, Implementaciones en Basic (LibreOffice, Excel) y wxMaxima*. Cartago, Costa Rica: Escuela de Matématica, Instituto Tecnológico de Costa Rica, 2010, ISBN: 978-9968-641-13-5.

[143] D. Muller, *El Descubrimiento que Revolucionó el Cálculo de Pi*, Divulgación (YouTube: Veritasium en español), 2021.

[144] V. N. Gan'shin, *Geometry of the earth ellipsoid*, inglés, trad.del ruso por J. M. Willis. Aeronautical Chart e Information Center, 1969.

[145] C. F. F. Karney, *Algorithms for geodesics*, Springer International Publishing, 26 de jun. de 2012. DOI: 10.1007/s00190-012-0578-z.

[146] G. Cardano, *Ars magna or The Rules of Algebra*. Dover, 1545, ISBN: 0-486-67811-3.

[147] I. Newton, *Philosophiæ naturalis principia mathematica*. Londini: S. PEPYS, Reg. Soc. PRÆSES., 1687.

[148] M. Bourdon, *Elementos de Álgebra*. Libreria de D. Angel Calleja, 1849.

[149] ——, *Elementos de Aritmética*. Libreria de los señores viuda é hijos de Calleja, 1843.

[150] V. Ilín y E. Pozniak, *Fundamentos del análisis matemático*. Editorial Mir, 1991, vol. 3.

[151] Y. B. Zeldovich, *Higher Mathematics for Beginners, and Its Application to Physics*. Editorial Mir, 1973.

[152] Y. S. Bugrov y S. M. Nikolsky, *A Collection Of Problems*, ép. Higher Mathematics. Editorial Mir, 1984.

[153] G. Dorofeev, M. Potapov y N. Rozov, *Elementary Mathematics, Selected Topics & Problem Solving*. Editorial Mir, 1982.

[154] A. V. Efimov y B. P. Demidovich, *Higher Mathematics, for Engineering Students, Part 1. Linear Algebra and Fundamentals of Mathematical Analysis*. Editorial Mir, 1984.

[155] F. R. Gantmacher, *The Theory Of Matrices*. Editorial Mir, 1959, vol. 2.

[156] I. Gelfand y S. Fomin, *Calculus of Variations*. Editorial Mir, 1963.

[157] B. V. Gnedenko, *Theory of Probability*. Editorial Mir, 1978.

[158] V. A. Ilyin y E. G. Poznyak, *Fundamentals of Mathematical Analysis*. Editorial Mir, 1982.

[159] Y. M. Korshunov, *Fundamentos Matemáticos de la Cibernética*. Editorial Mir, 1970.

[160] A. S. Mishchenko y A. Fomenko, *A Course of Differential Geometry and Topology*, inglés. Editorial Mir, 1988. dirección: https://archive.org/details/MishchenkoFomenkoACourseOfDifferentialGeometryAndTopology.

[161] N. Piskunov, *Calculo Diferencial e Integral*, 3.ª ed. Editorial Mir, 1977, vol. II.

[162] A. Samarski y E. Nikolaev, *Métodos De Solución De Las Ecuaciones Reticulares*. Editorial Mir, 1982, vol. I.

[163] ——, *Métodos De Solución De Las Ecuaciones Reticulares*. Editorial Mir, 1983, vol. II.

[164] I. Shariguin, *Problemas de geometría Planímetría*, ép. Ciencia Popular. Editorial Mir, 1989.

[165] G. P. Tolstov, *Fourier Series*. Editorial Mir, 1962.

[166] L. Volkovyski, G. Lunts e I. Aramanovich, *Problemas Sobre La Teoria De Funciones De Variable Compleja*, 2.ª ed. Editorial Mir, 1977.

[167] E. S. Wentzel, *Probability Theory (First Steps)*. Editorial Mir, 1982.

[168] G. N. Yakovlev, *High-School Mathematics*. Editorial Mir, 1988, vol. I.

[169] ——, *High-School Mathematics*. Editorial Mir, 1988, vol. II.

[170] G. N. Berman, *Problemas y Ejercicios de Análisis Matemático*, trad.del ruso por N. N. Serdiukova. Editorial Mir, 1977.

[171] B. I. Argunov y L. A. Skorniakov, *Teoremas de la configuración*, ép. Lecciones populares de Matemáticas. Editorial Mir, 1980.

[172] A. S. Bársov, *Qué es la programación lineal*, ép. Lecciones populares de Matemáticas. Editorial Mir, 1988.

Índice

Change History

MDT496 ESTUDIOS —Proyecto 036MPBBAA

This version history only contains automatically generated entries.